Formeln für die Abzinsung ewiger Renten zur Ermittlung ihres Barwertes

Mit

JZ = Jährlicher Zahlungsbetrag
i = Jahreszinssatz
n = Laufzeit der Rente in Jahren

ergeben sich für die verschiedenen Fallkonstellationen die im Folgenden dargestellten Zusammenhänge.

Barwert einer ewigen Rente, die jährlich nachschüssig gezahlt wird, bei jährlicher Verzinsung:

$$\lim_{n \to \infty} \left[\frac{JZ \cdot (1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n} \right] \text{ annehmen}, i > 0 \;\rightarrow\; \frac{JZ}{i}$$

Barwert einer ewigen Rente, die jährlich vorschüssig gezahlt wird, bei jährlicher Verzinsung:

$$\lim_{n \to \infty} \left[JZ \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^{n-1}} \right] \text{ annehmen}, i > 0 \;\rightarrow\; \frac{JZ \cdot (i+1)}{i}$$

Barwert einer ewigen Rente, die monatlich nachschüssig gezahlt wird, bei jährlicher Verzinsung:

$$\lim_{n \to \infty} \left[\frac{JZ}{12} \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{\left[(1+i)^{\frac{1}{12}} - 1 \right] \cdot (1+i)^n} \right] \text{ annehmen}, i > 0 \;\rightarrow\; \frac{JZ}{12 \cdot (i+1)^{\frac{1}{12}} - 12}$$

Barwert einer ewigen Rente, die monatlich vorschüssig gezahlt wird, bei jährlicher Verzinsung:

$$\lim_{n \to \infty} \left[\frac{JZ}{12} \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{\left[(1+i)^{\frac{1}{12}} - 1 \right] \cdot (1+i)^{n - \frac{1}{12}}} \right] \text{ annehmen}, i > 0 \;\rightarrow\; \frac{JZ \cdot (i+1)^{\frac{1}{12}}}{12 \cdot (i+1)^{\frac{1}{12}} - 12}$$

Barwert einer ewigen Rente, die jährlich nachschüssig gezahlt wird, bei monatlicher Verzinsung:

$$\lim_{n \to \infty} \left[\frac{JZ}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1} - \frac{JZ}{\left[\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1 \right] \cdot \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12 \cdot n}} \right] \text{ annehmen}, i > 0 \;\rightarrow\; \frac{JZ}{\left(\frac{i}{12} + 1\right)^{12} - 1}$$

Barwert einer ewigen Rente, die jährlich vorschüssig gezahlt wird, bei monatlicher Verzinsung:

$$\lim_{n \to \infty} \left[\frac{JZ \cdot \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12}}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1} - JZ \cdot \frac{1}{\left[\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - 1 \right] \cdot \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12 \cdot (n-1)}} \right] \text{ annehmen}, i > 0 \;\rightarrow\; \frac{JZ \cdot \left(\frac{i}{12} + 1\right)^{12}}{\left(\frac{i}{12} + 1\right)^{12} - 1}$$

Formeln für die Abzinsung ewiger Renten zur Ermittlung ihres Barwertes

Barwert einer ewigen Rente, die monatlich nachschüssig gezahlt wird, bei monatlicher Verzinsung:

$$\lim_{n\to\infty}\left[\frac{JZ}{12}\cdot\frac{1}{\frac{i}{12}}-\frac{JZ}{12}\cdot\frac{1}{\frac{i}{12}\cdot\left(1+\frac{i}{12}\right)^{12\cdot n}}\right]\ \text{annehmen}, i>0\ \rightarrow \frac{JZ}{i}$$

Barwert einer ewigen Rente, die monatlich vorschüssig gezahlt wird, bei monatlicher Verzinsung:

$$\lim_{n\to\infty}\left[\frac{JZ}{12}\cdot\frac{1+\frac{i}{12}}{\frac{i}{12}}-\frac{JZ}{12}\cdot\frac{1}{\frac{i}{12}\cdot\left(1+\frac{i}{12}\right)^{12\cdot n-1}}\right]\ \text{annehmen}, i>0\ \rightarrow \frac{JZ\cdot\left(\frac{i}{12}+1\right)}{i}$$

Barwert einer ewigen Rente, die in gleichen Zeitabständen und in gleicher Höhe z Mal im Jahr nachschüssig gezahlt und m Mal im Jahr verzinst wird:

$$\lim_{n\to\infty}\left[\frac{JZ}{z}\cdot\frac{1}{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{\frac{m}{z}}-1}-\frac{JZ}{z}\cdot\frac{1}{\left[\left(1+\frac{i}{m}\right)^{\frac{m}{z}}-1\right]\cdot\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m\cdot n}}\right]\ \left|\begin{array}{l}\text{annehmen}, i>0\\ \text{annehmen}, m = 4\\ \text{annehmen}, z = 12\end{array}\right.\ \rightarrow \frac{JZ}{z\cdot\left[\left(\frac{i}{m}+1\right)^{\frac{m}{z}}-1\right]}$$

Barwert einer ewigen Rente, die in gleichen Zeitabständen und in gleicher Höhe z Mal im Jahr vorschüssig gezahlt und m Mal im Jahr verzinst wird:

$$\lim_{n\to\infty}\left[\frac{JZ}{z}\cdot\frac{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{\frac{m}{z}}}{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{\frac{m}{z}}-1}-\frac{JZ}{z}\cdot\frac{1}{\left[\left(1+\frac{i}{m}\right)^{\frac{m}{z}}-1\right]\cdot\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m\cdot\left(n-\frac{1}{z}\right)}}\right]\ \left|\begin{array}{l}\text{annehmen}, i>0\\ \text{annehmen}, m = 4\\ \text{annehmen}, z = 12\end{array}\right.\ \rightarrow \frac{JZ\cdot\left(\frac{i}{m}+1\right)^{\frac{m}{z}}}{z\cdot\left[\left(\frac{i}{m}+1\right)^{\frac{m}{z}}-1\right]}$$

Barwert einer ewigen Rente, die jährlich nachschüssig gezahlt wird, bei stetiger Verzinsung:

$$\lim_{n\to\infty}\left[JZ\frac{e^{i\cdot n}-1}{e^{i\cdot n}\cdot\left(e^{i}-1\right)}\right]\ \text{annehmen}, i>0\ \rightarrow \frac{JZ}{e^{i}-1}$$

Barwert einer ewigen Rente, die jährlich vorschüssig gezahlt wird, bei stetiger Verzinsung:

$$\lim_{n\to\infty}\left[JZ\cdot\frac{e^{i\cdot n}-1}{e^{i\cdot(n-1)}\cdot\left(e^{i}-1\right)}\right]\ \text{annehmen}, i>0\ \rightarrow \frac{JZ\cdot e^{i}}{e^{i}-1}$$

Formeln für die Abzinsung ewiger Renten zur Ermittlung ihres Barwertes

Barwert einer ewigen Rente, die in gleichen Zeitabständen und in gleicher Höhe z Mal im Jahr nachschüssig gezahlt wird, bei stetiger Verzinsung:

$$\lim_{n \to \infty} \left[\frac{JZ}{z} \cdot \frac{e^{i \cdot n} - 1}{e^{i \cdot n} \cdot \left(e^{\frac{i}{z}} - 1 \right)} \right] \text{ annehmen}, i > 0 \ \to -\frac{JZ}{z - z \cdot e^{\frac{i}{z}}}$$

Barwert einer ewigen Rente, die in gleichen Zeitabständen und in gleicher Höhe z Mal im Jahr vorschüssig gezahlt wird, bei stetiger Verzinsung:

$$\lim_{n \to \infty} \left[\frac{JZ}{z} \cdot \frac{e^{\frac{i}{z}}}{e^{\frac{i}{z}} - 1} - \frac{JZ}{z} \cdot \frac{1}{e^{i \cdot \left(n - \frac{1}{z} \right)} \cdot \left(e^{\frac{i}{z}} - 1 \right)} \right] \text{ annehmen}, i > 0 \ \to \frac{JZ \cdot e^{\frac{i}{z}}}{z \cdot \left(e^{\frac{i}{z}} - 1 \right)}$$