Die Bewertung von Forderungen nach der Effektivzinsmethode am Beispiel eines monatlich zurückzuzahlenden Annuitätendarlehens mit Agio und Disagio

$n := 5$ Laufzeit in Jahren

$z := 12$ Anzahl der Zins- und Tilgungszahlungen pro Jahr

$\frac{1}{z} = \frac{1}{12}$ Zeitraum, nach dessen Ablauf Zinsen gezahlt werden, in Jahren (= Zahlungsperiode)

$n \cdot z = 60$ Anzahl der Zahlungsperioden)

$t := 0 .. n \cdot z$ Zeitpunkte [Zahlungsperioden]

$i := 5\%$ Nominaler Jahreszinssatz

$m := z$ m = z: Im Folgenden gilt die periodenkonforme Verzinsung
m = 1: Im Folgenden gilt die exponentielle Verzinsung

$K_0 := 100000$ Ursprünglicher Kreditbetrag (= Summe der Tilgungen)

$A_0 := 95000$ Auszahlungsbetrag

$K_0 - A_0 = 5000.00$ Disagio

$$Ann := \frac{K_0 \cdot \left[\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{\frac{m}{z}} - 1\right] \cdot \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{m \cdot n}}{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{m \cdot n} - 1} = 1887.12$$

Nach jeweils $\frac{1}{z}$ Jahren zu zahlende Annuität

$$K_t := \text{wenn}\left[t > 0, K_{t-1} - \left[Ann - K_{t-1} \cdot \left[\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{\frac{m}{z}} - 1\right]\right], K_0\right]$$

Kreditbetrag nach Tilgung im Zeitpunkt t

$$Z_t := \text{wenn}\left[t > 0, K_{t-1} \cdot \left[\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{\frac{m}{z}} - 1\right], 0\right]$$

Zinszahlung im Zeitpunkt t

$T_t := \text{wenn}\left(t > 0, Ann - Z_t, 0\right)$ Tilgung im Zeitpunkt t

$\sum_t T_t = 100000.00$ Summe der Tilgungszahlungen

$S := 2000$ Zusätzlich zu den Zins- und Tilgungszahlungen zu leistende Schlusszahlung am Ende der Laufzeit (= Agio)

$m := 1$ m = z: Im Folgenden gilt die periodenkonforme Verzinsung
m = 1: Im Folgenden gilt die exponentielle Verzinsung

Die Bewertung von Forderungen nach der Effektivzinsmethode am Beispiel eines monatlich zurückzuzahlenden Annuitätendarlehens mit Agio und Disagio

$r := 5\%$ Schätzwert für den effektiven Jahreszinssatz

Vorgabe

$$A_0 = \sum_t \frac{Z_t + T_t}{\left(1 + \frac{r}{m}\right)^{\frac{m \cdot t}{z}}} + \frac{S}{\left(1 + \frac{r}{m}\right)^{m \cdot n}}$$

Bestimmungsgleichung für den effektiven Jahreszinssatz

$r := \text{Suchen}(r) = 8.022190 \cdot \%$ Effektiver Jahreszinssatz

Dieser Effektivzinssatz ist nur dann ein "effektiver Jahreszins" gemäß der Preisangabenverordnung (PAngV), wenn für die Berechnung des effektiven Jahreszinssatzes m = 1 gesetzt wurde, denn nach § 6 Abs. 2 Satz 3 PAngV "gilt die exponentielle Verzinsung auch im unterjährigen Bereich". Der Parameter *m* gibt die Anzahl der Zinseszinsberechnungen pro Jahr an, und diese Anzahl ist bei der exponentiellen Verzinsung genau 1. Im unterjährigen Bereich, also bei unterjährigen Zahlungen, ist z > 1. Bei der periodenkonformen Verzinsung gilt m = z, womit bei z > 1 auch m > 1 wäre.

$$BW_t := \text{wenn}\left[t = 0, A_0, BW_{t-1} \cdot \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{\frac{m}{z}} - Z_t - T_t\right]$$

Buchwert der Forderung im Zeitpunkt t nach Zinsen und Tilgung

Zeitpunkt	*Sollkonto*	*Habenkonto*	*Betrag*	Buchungen allgemein
0	Forderung	Bank	BW_0	
$t := 1 .. n \cdot z$	Bank	Zinsertrag	Z_t	
	Forderung	Zinsertrag	$BW_{t-1} \cdot \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{\frac{m}{z}} - BW_{t-1} - Z_t$	
	Bank	Forderung	T_t	

Zeitpunkt	*Sollkonto*	*Habenkonto*	*Betrag*	Buchungen in einzelnen Zeitpunkten
$t := 0$	Forderung	Bank	$BW_0 = 95000.00$	
$t := 1$	Bank	Zinsertrag	$Z_t = 416.67$	
	Forderung	Zinsertrag	$BW_{t-1} \cdot \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{\frac{m}{z}} - BW_{t-1} - Z_t = 196.20$	
	Bank	Forderung	$T_t = 1470.46$	
$t := 2$	Bank	Zinsertrag	$Z_t = 410.54$	

Die Bewertung von Forderungen nach der Effektivzinsmethode am Beispiel eines monatlich zurückzuzahlenden Annuitätendarlehens mit Agio und Disagio

	Forderung	Zinsertrag	$BW_{t-1} \cdot \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{\frac{m}{z}} - BW_{t-1} - Z_t = 194.11$
	Bank	Forderung	$T_t = 1476.58$
$t := 3$	Bank	Zinsertrag	$Z_t = 404.39$
	Forderung	Zinsertrag	$BW_{t-1} \cdot \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{\frac{m}{z}} - BW_{t-1} - Z_t = 191.99$
	Bank	Forderung	$T_t = 1482.74$
$t := 4$	Bank	Zinsertrag	$Z_t = 398.21$
	Forderung	Zinsertrag	$BW_{t-1} \cdot \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{\frac{m}{z}} - BW_{t-1} - Z_t = 189.84$
	Bank	Forderung	$T_t = 1488.91$
$t := n \cdot z$	Bank	Zinsertrag	$Z_t = 7.83$
	Forderung	Zinsertrag	$BW_{t-1} \cdot \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{\frac{m}{z}} - BW_{t-1} - Z_t = 17.09$
	Bank	Forderung	$T_t = 1879.29$
	Forderung	Zinsertrag	$S = 2000.00$
	Bank	Forderung	$S = 2000.00$

$t := 0 .. n \cdot z$ Im Folgenden gültige Werte von t

Entwicklung des Buchwertes

$t =$	$BW_t =$
0	95000.00
1	93725.75
2	92443.27
3	91152.52
4	89853.45
5	88545.99
6	87230.10

$BW_0 = 95000.00$

$BW_1 = 93725.75$

$BW_z = 79154.56$

7	85905.72
8	84572.80
9	83231.28
10	81881.10
11	80522.22
12	79154.56
13	77778.09
14	76392.73
15	74998.43
16	73595.15
17	72182.80
18	70761.35
19	69330.73
20	67890.87
21	66441.73
22	64983.24
23	63515.34
24	62037.97
25	60551.07
26	59054.58
27	57548.43
28	56032.57
29	54506.93
30	52971.44
31	51426.05
32	49870.69
33	48305.30
34	46729.80
35	45144.15
36	43548.26
37	41942.08
38	40325.53
39	38698.56
40	37061.09
41	35413.06
42	33754.39
43	32085.03
44	30404.89
45	28713.92
46	27012.04
47	25299.18
48	23575.27
49	21840.23
50	20094.01
51	18336.51
52	16567.68

$$BW_{2z} = 62037.97$$

$$BW_{(n-1)\cdot z} = 23575.27$$

$$BW_{\left(n-\frac{1}{z}\right)\cdot z} = 3862.21$$

$$BW_{n\cdot z} = 2000.00$$

53	14787.44
54	12995.72
55	11192.43
56	9377.52
57	7550.89
58	5712.48
59	3862.21
60	2000.00