Die Bewertung von Forderungen nach der Effektivzinsmethode am Beispiel eines monatlich zurückzuzahlenden Tilgungsdarlehens mit Agio und Disagio

$n := 5$	Laufzeit in Jahren
$z := 12$	Anzahl der Zinszahlungen pro Jahr
$\frac{1}{z} = \frac{1}{12}$	Zeitraum, nach dessen Ablauf Zinsen gezahlt werden, in Jahren (Zahlungsperiode)
$n \cdot z = 60$	Anzahl der Zahlungsperioden
$t := 0 .. n \cdot z$	Zeitpunkte [Zahlungsperioden]
$i := 5\%$	Nominaler Jahreszinssatz
$m := z$	m = z: Im Folgenden gilt die periodenkonforme Verzinsung m = 1: Im Folgenden gilt die exponentielle Verzinsung
$K_0 := 100000$	Ursprünglicher Kreditbetrag (= Summe der Tilgungen)
$A_0 := 95000$	Auszahlungsbetrag
$K_0 - A_0 = 5000.00$	Disagio
$T_t := \text{wenn}\left(t > 0, \frac{K_0}{n \cdot z}, 0\right)$	Tilgung im Zeitpunkt t
$\sum_t T_t = 100000.00$	Summe der Tilgungszahlungen
$K_t := \text{wenn}\left(t > 0, K_{t-1} - T_t, K_0\right)$	Kreditbetrag nach Tilgung im Zeitpunkt t
$Z_t := \text{wenn}\left[t > 0, K_{t-1} \cdot \left[\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{\frac{m}{z}} - 1\right], 0\right]$	Zinszahlung im Zeitpunkt t
$S := 2000$	Zusätzlich zu den Zins- und Tilgungszahlungen zu leistende Schlusszahlung am Ende der Laufzeit (= Agio)
$m := 1$	m = z: Im Folgenden gilt die periodenkonforme Verzinsung m = 1: Im Folgenden gilt die exponentielle Verzinsung
$r := 5\%$	Schätzwert für den effektiven Jahreszinssatz

Vorgabe

$A_0 = \sum_t \frac{Z_t + T_t}{\left(1 + \frac{r}{m}\right)^{\frac{m \cdot t}{z}}} + \frac{S}{\left(1 + \frac{r}{m}\right)^{m \cdot n}}$	Bestimmungsgleichung für den effektiven Jahreszinssatz

Die Bewertung von Forderungen nach der Effektivzinsmethode am Beispiel eines monatlich zurückzuzahlenden Tilgungsdarlehens mit Agio und Disagio

$r := \text{Suchen}(r) = 8.136245 \cdot \%$ Effektiver Jahreszinssatz

Dieser Effektivzinssatz ist nur dann ein "effektiver Jahreszins" gemäß der Preisangabenverordnung (PAngV), wenn für die Berechnung des effektiven Jahreszinssatzes m = 1 gesetzt wurde, denn nach § 6 Abs. 2 Satz 3 PAngV "gilt die exponentielle Verzinsung auch im unterjährigen Bereich". Der Parameter *m* gibt die Anzahl der Zinseszinsberechnungen pro Jahr an, und diese Anzahl ist bei der exponentiellen Verzinsung genau 1. Im unterjährigen Bereich, also bei unterjährigen Zahlungen, ist z > 1. Bei der periodenkonformen Verzinsung gilt m = z, womit bei z > 1 auch m > 1 wäre.

$$BW_t := \text{wenn}\left[t = 0, A_0, BW_{t-1} \cdot \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{\frac{m}{z}} - Z_t - T_t\right]$$

Buchwert der Forderung im Zeitpunkt t nach Zinsen und Tilgung

Zeitpunkt	*Sollkonto*	*Habenkonto*	*Betrag*	Buchungen allgemein
0	Forderung	Bank	BW_0	
$t := 1 .. n \cdot z$	Bank	Zinsertrag	Z_t	
	Forderung	Zinsertrag	$BW_{t-1} \cdot \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{\frac{m}{z}} - BW_{t-1} - Z_t$	
	Bank	Forderung	T_t	

Zeitpunkt	*Sollkonto*	*Habenkonto*	*Betrag*	Buchungen in einzelnen Zeitpunkten
$t := 0$	Forderung	Bank	$BW_0 = 95000.00$	
$t := 1$	Bank	Zinsertrag	$Z_t = 416.67$	
	Forderung	Zinsertrag	$BW_{t-1} \cdot \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{\frac{m}{z}} - BW_{t-1} - Z_t = 204.61$	
	Bank	Forderung	$T_t = 1666.67$	
$t := 2$	Bank	Zinsertrag	$Z_t = 409.72$	
	Forderung	Zinsertrag	$BW_{t-1} \cdot \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{\frac{m}{z}} - BW_{t-1} - Z_t = 201.99$	
	Bank	Forderung	$T_t = 1666.67$	
$t := 3$	Bank	Zinsertrag	$Z_t = 402.78$	
	Forderung	Zinsertrag	$BW_{t-1} \cdot \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{\frac{m}{z}} - BW_{t-1} - Z_t = 199.36$	

Die Bewertung von Forderungen nach der Effektivzinsmethode am Beispiel eines monatlich zurückzuzahlenden Tilgungsdarlehens mit Agio und Disagio

	Bank	Forderung	$T_t = 1666.67$
$t := 4$	Bank	Zinsertrag	$Z_t = 395.83$
	Forderung	Zinsertrag	$BW_{t-1}\cdot\left(1+\frac{r}{m}\right)^{\frac{m}{z}} - BW_{t-1} - Z_t = 196.71$
	Bank	Forderung	$T_t = 1666.67$
$t := n\cdot z$	Bank	Zinsertrag	$Z_t = 6.94$
	Forderung	Zinsertrag	$BW_{t-1}\cdot\left(1+\frac{r}{m}\right)^{\frac{m}{z}} - BW_{t-1} - Z_t = 16.92$
	Bank	Forderung	$T_t = 1666.67$
	Forderung	Zinsertrag	$S = 2000.00$
	Bank	Forderung	$S = 2000.00$

$t := 0 .. n\cdot z$ Im Folgenden gültige Werte von t

Entwicklung des Buchwertes

$t =$	$BW_t =$
0	95000.00
1	93537.95
2	92073.27
3	90605.97
4	89136.01
5	87663.38
6	86188.07
7	84710.05
8	83229.32
9	81745.84
10	80259.61
11	78770.60
12	77278.79
13	75784.18
14	74286.74
15	72786.44
16	71283.28
17	69777.24
18	68268.29

$BW_0 = 95000.00$

$BW_1 = 93537.95$

$BW_z = 77278.79$

$BW_{2z} = 59152.51$

$BW_{(n-1)\cdot z} = 21550.20$

$BW_{\left(n-\frac{1}{z}\right)\cdot z} = 3649.74$

$BW_{n\cdot z} = 2000.00$

19	66756.41
20	65241.60
21	63723.82
22	62203.06
23	60679.29
24	59152.51
25	57622.69
26	56089.81
27	54553.84
28	53014.78
29	51472.59
30	49927.27
31	48378.78
32	46827.11
33	45272.24
34	43714.14
35	42152.80
36	40588.19
37	39020.30
38	37449.09
39	35874.56
40	34296.67
41	32715.41
42	31130.75
43	29542.67
44	27951.15
45	26356.16
46	24757.69
47	23155.72
48	21550.20
49	19941.14
50	18328.49
51	16712.25
52	15092.37
53	13468.85
54	11841.66
55	10210.77
56	8576.15
57	6937.79
58	5295.67
59	3649.74
60	2000.00