Die Bewertung von Forderungen nach der Effektivzinsmethode am Beispiel eines Festbetragsdarlehens mit unterjährig zu berechnenden aber endfällig zu zahlenden Zinsen

$n := 5$	Laufzeit in Jahren
$m := 12$	Anzahl der Zinsberechnungen pro Jahr
$\frac{1}{m} = \frac{1}{12}$	Zeitraum, nach dessen Ablauf Zinsen berechnet werden, in Jahren (Zinsperiode)
$m \cdot n = 60$	Anzahl der Zinsperioden insgesamt
$t := 0..m \cdot n$	Zeitpunkte [Zinsperioden]
$i := 5\%$	Nominaler Jahreszinssatz
$K_0 := 100000$	Ursprünglicher Kreditbetrag
$A_0 := 95000$	Auszahlungsbetrag
$K_0 - A_0 = 5000.00$	Disagio
$S := 2000$	Zusätzlich zu den Zins- und Tilgungszahlungen zu leistende Schlusszahlung am Ende der Laufzeit (Agio)
$r := 5\%$	Schätzwert für den effektiven Jahreszinssatz

Vorgabe

$$A_0 = \frac{K_0 \cdot \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{m \cdot n} + S}{(1 + r)^n}$$

Bestimmungsgleichung für den effektiven Jahreszinssatz bei unterjähriger exponentieller Verzinsung

$r := \text{Suchen}(r) = 6.529054 \cdot \%$ Effektiver Jahreszinssatz bei exponentieller unterjähriger Verzinsung

$$BW_t := \text{wenn}\left[t = 0, A_0, BW_{t-1} \cdot (1 + r)^{\frac{1}{m}}\right]$$

Buchwert der Forderung im Zeitpunkt t

$BW_0 = 95000.00$ $BW_m = 101202.60$ $BW_{m \cdot n} = 130335.87$

t =	BW_t =
0	95000.00
1	95502.03
2	96006.72
3	96514.07
4	97024.10
5	97536.83
6	98052.27
...	...

Die Bewertung von Forderungen nach der Effektivzinsmethode am Beispiel eines Festbetragsdarlehens mit unterjährig zu berechnenden aber endfällig zu zahlenden Zinsen

Vorgabe

$r_m := 5\%$

Schätzwert für den effektiven Jahreszinssatz bei periodenkonformer unterjähriger Verzinsung

$$A_0 = \frac{K_0 \cdot \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{m \cdot n} + S}{\left(1 + \frac{r_m}{m}\right)^{m \cdot n}}$$

Bestimmungsgleichung für den effektiven Jahreszinssatz bei periodenkonformer unterjähriger Verzinsung

$r_m := \text{Suchen}(r_m) = 6.341454 \cdot \%$

Effektiver Jahreszinssatz bei periodenkonformer unterjähriger Verzinsung

$$BW_t := \text{wenn}\left[t = 0, A_0, BW_{t-1} \cdot \left(1 + \frac{r_m}{m}\right)\right]$$

Buchwert der Forderung im Zeitpunkt t

$BW_0 = 95000.00$ $\quad BW_m = 101202.60$ $\quad BW_{m \cdot n} = 130335.87$

t =	BW_t =
0	95000.00
1	95502.03
2	96006.72
3	96514.07
4	97024.10
5	97536.83
6	98052.27
...	...

Die Bestimmung des Buchwertes BW_t mithilfe der Effektivzinssätze r und r_m führt zum gleichen Ergebnis. Dies ist kein Zufall, sondern beruht darauf, dass die Abzinsung der Zahlungen aus der Forderung stets A_0, den ursprünglichen Kredit, ergeben muss. Die beiden Bestimmungsgleichungen für den Effektivzinssatz r und r_m stimmen mit A_0 auf der linken Seite überein, also stimmen auch die rechten Seiten überein:

$$\frac{K_0 \cdot \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{m \cdot n} + S}{(1 + r)^n} = \frac{K_0 \cdot \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{m \cdot n} + S}{\left(1 + \frac{r_m}{m}\right)^{m \cdot n}}$$

Hieraus folgt

$$(1 + r)^n = \left(1 + \frac{r_m}{m}\right)^{m \cdot n}$$

$$1 + r = \left(1 + \frac{r_m}{m}\right)^m$$

Die Bewertung von Forderungen nach der Effektivzinsmethode am Beispiel eines Festbetragsdarlehens mit unterjährig zu berechnenden aber endfällig zu zahlenden Zinsen

$$(1 + r)^{\frac{1}{m}} = 1 + \frac{r_m}{m}$$

Die linke Seite dieser Gleichung ist der Aufzinsungsfaktor für den Buchwert bei exponentieller unterjähriger Verzinsung, die rechte Seite ist der Aufzinsungsfaktor für den Buchwert bei periodenkonformer unterjähriger Verzinsung. Beide sind einander gleich, sodass die Aufzinsung zum selben Ergebnis, zu denselben Buchwerten führt.

Nach *r* bzw. r_m aufgelöst erhält man Gleichungen, mit denen sich periodenkonforme Zinssätze und unter der Voraussetzung der exponentiellen Verzinsung ermittelte Zinssätze ineinander umrechnen lassen:

$$r := \left(1 + \frac{r_m}{m}\right)^m - 1 = 6.529054 \cdot \%$$

Zum periodenkonformen Zinssatz äquivalenter Zinsatz bei unterjähriger exponentieller Verzinsung

$$r_m := m \cdot \sqrt[m]{1 + r} - m = 6.341454 \cdot \%$$

Zum Zinssatz bei unterjähriger exponentieller Verzinsung äquivalenter periodenkonformer Zinssatz

Buchungen:

Zeitpunkt	*Sollkonto*	*Habenkonto*	*Betrag*
$t := 0$	Forderung	Bank	$BW_0 = 95000.00$
$t := 1 .. m \cdot n$	Forderung	Zinsertrag	$BW_t - BW_{t-1}$

$t =$	$BW_t - BW_{t-1} =$
1	502.03
2	504.68
3	507.35
4	510.03
5	512.73
6	515.44
7	518.16
8	520.90
9	523.65
10	526.42
11	529.20
12	532.00
...	...

$t := m \cdot n$	Forderung	Zinsertrag	$BW_t - BW_{t-1} = 685.15$

Rückzahlung des Kredits:

$t := m \cdot n$	Bank	Forderung	$BW_t = 130335.87$