Aufgaben zu 2.3.2 und 2.3.3
- Lösung -

1. Es gelte:

$K_f := 98$ — K_f = Fixkosten

$K_v(x) := x^3 - 12x^2 + 60x$ — K_v = Variable Kosten

$K(x) := K_f + K_v(x)$ — K = Kosten

Bestimmen Sie für $x := 0..10$ [x = Menge] die Werte K(x) und K(x+1) - K(x).

$x =$	$K(x) =$	$K(x+1) - K(x) =$
0	98	49
1	147	31
2	178	19
3	197	13
4	210	13
5	223	19
6	242	31
7	273	49
8	322	73
9	395	103
10	498	139

2. Bestimmen Sie für $x := 1..10$ und die Funktion $K(x) := 98 + 60x - 12x^2 + x^3$ die Werte:

$k_v(x) := \frac{K_v(x)}{x}$ — k_v = Variable Stückkosten

$k_f(x) := \frac{K_f}{x}$ — k_f = Fixkosten pro Stück

$k(x) := \frac{K(x)}{x}$ — k = Stückkosten

$x =$	$k_v(x) =$	$k_f(x) =$	$k(x) =$
1	49.00	98.00	147.00
2	40.00	49.00	89.00
3	33.00	32.67	65.67
4	28.00	24.50	52.50
5	25.00	19.60	44.60
6	24.00	16.33	40.33
7	25.00	14.00	39.00
8	28.00	12.25	40.25
9	33.00	10.89	43.89
10	40.00	9.80	49.80

Bei welcher Menge liegen die Minima von k_v und k?

Aufgaben zu 2.3.2 und 2.3.3
- Lösung -

Kann man aus der Tabelle ablesen, oder man benutzt die Funktionen von Mathcad:

$x := 1$ Schätzwert

$x_{kvmin} := \text{Minimieren}(k_v, x)$ Menge, bei der k_v ein Minimum ist

$x_{kvmin} = 6$

$x_{kmin} := \text{Minimieren}(k, x)$ Menge, bei der k ein Minimum ist

$x_{kmin} = 7$

3. Es gelte:

$K_f := 50000$

$K_v(x) := 7000x - 180x^2 + 2x^3$

$K(x) := K_f + K_v(x)$

Untersuchen Sie mithilfe der Differenzialrechnung, bei welcher Menge jeweils das Minimum der ersten Ableitung der Funktion K(x) liegt, das Minimum der variablen Stückkosten sowie das Minimum der gesamten Stückkosten.

$x := x$

$\frac{d}{dx}K(x) \rightarrow 6 \cdot x^2 - 360 \cdot x + 7000$

$K'(x) := \frac{d}{dx}K(x)$

$x := 1$ Schätzwert

$x_{K'.min} := \text{Minimieren}(K', x)$ Menge, bei der K´ ein Minimum ist

$x_{K'.min} = 30$

$k_v(x) := \frac{K_v(x)}{x}$

$x_{kvmin} := \text{Minimieren}(k_v, x)$ Menge, bei der k_v ein Minimum ist

$x_{kvmin} = 45$

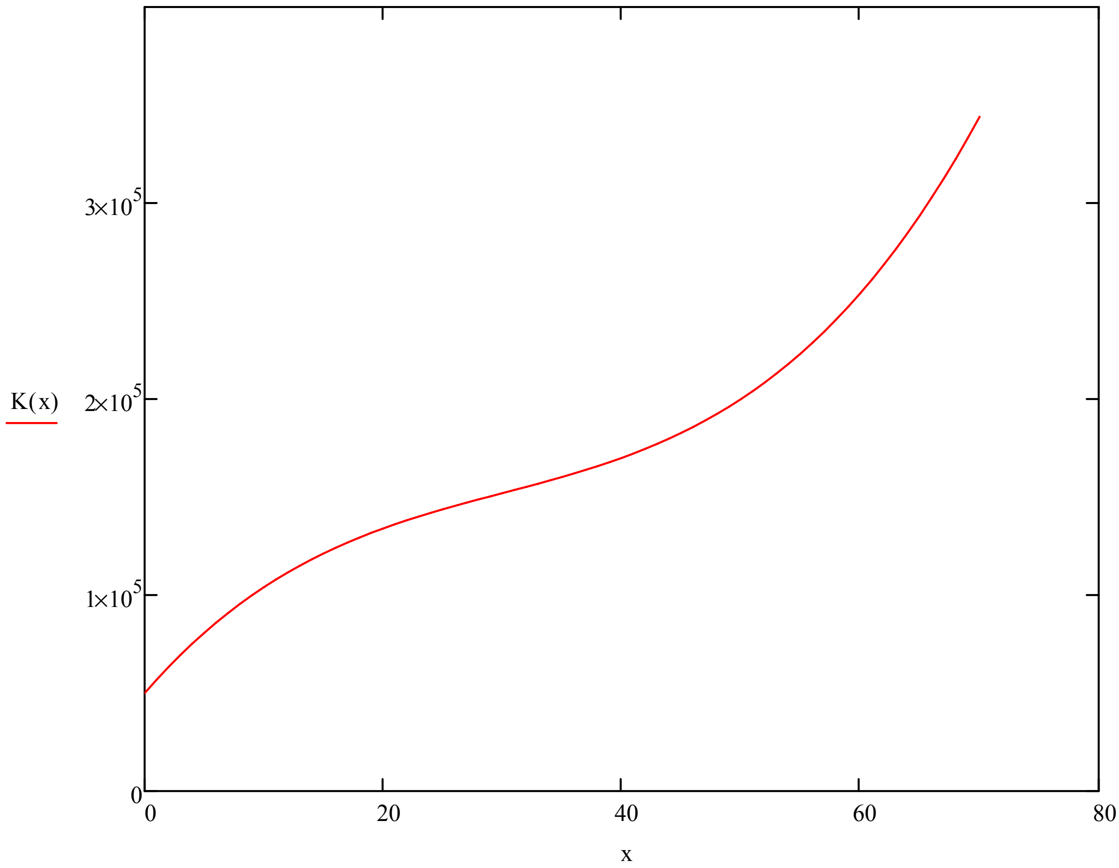
$k(x) := \frac{K(x)}{x}$

$x_{kmin} := \text{Minimieren}(k, x)$ Menge, bei der k ein Minimum ist

$x_{kmin} = 50$

Aufgaben zu 2.3.2 und 2.3.3
- Lösung -

4. Für die Werte $x := 0 .. 70$ lässt sich die Funktion aus Aufgabe 3 folgendermaßen darstellen:



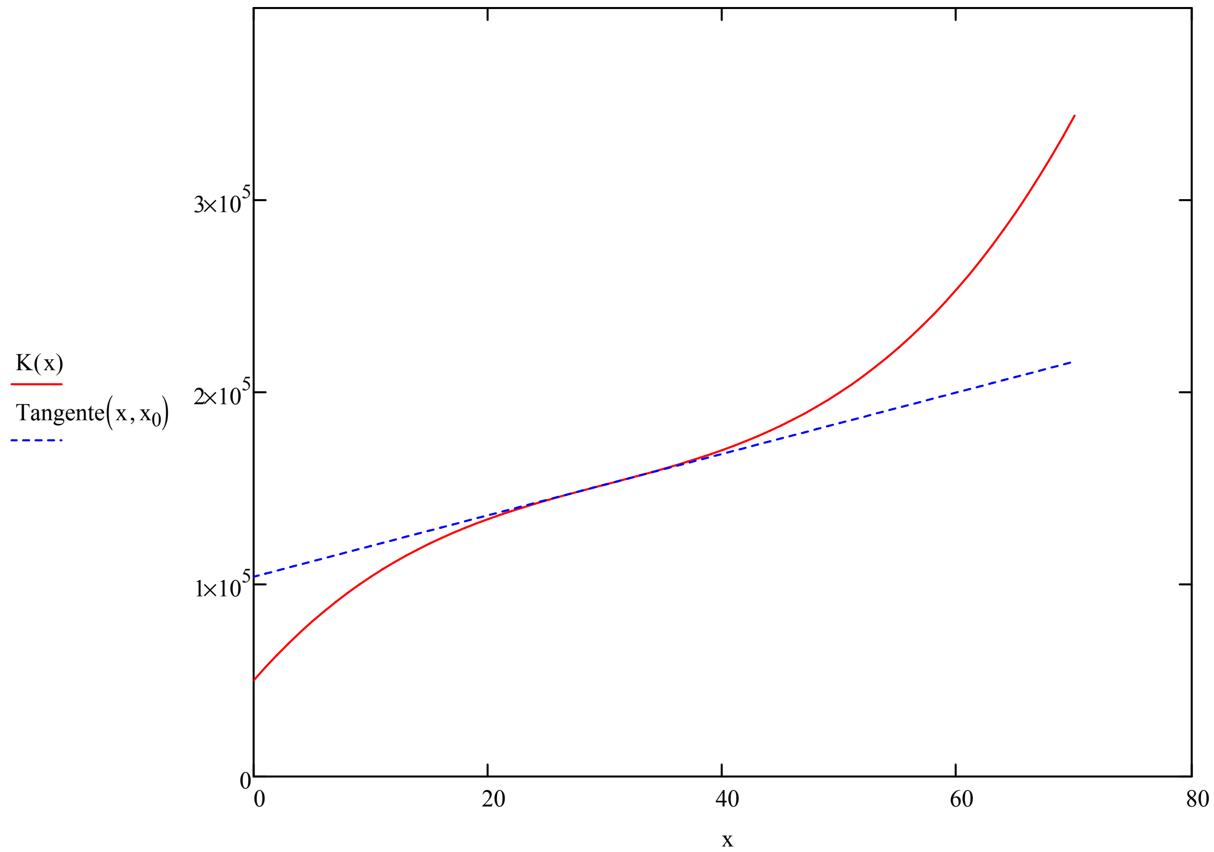
Bestimmen Sie graphisch das Minimum der Grenzkosten (verstanden als erste Ableitung der Kostenfunktion), das Minimum der variablen Stückkosten und das Minimum der gesamten Stückkosten.

$$\mathrm{Tangente}(x, x_0) := K(x_0) - K'(x_0) \cdot x_0 + K'(x_0) \cdot x$$

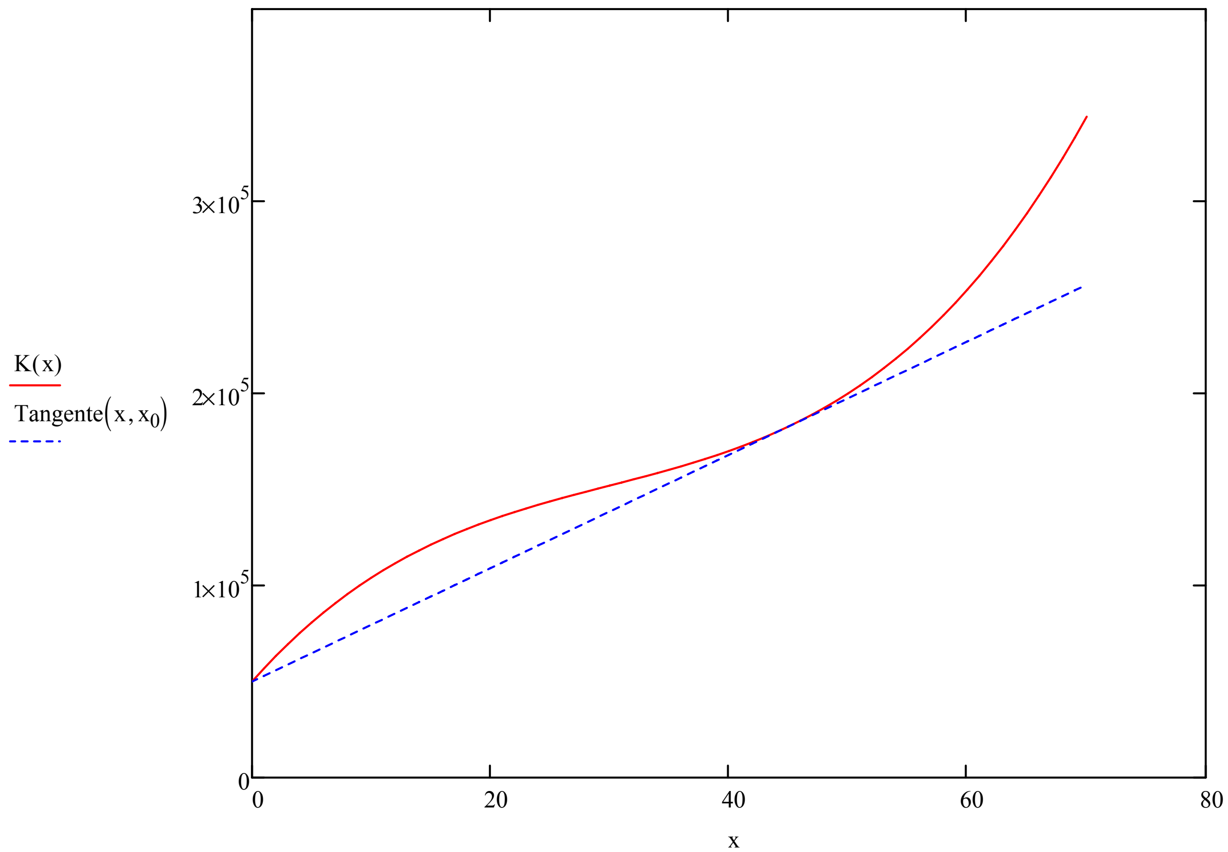
$$x_0 := x_{K'.min}$$

I25d01.xmcd

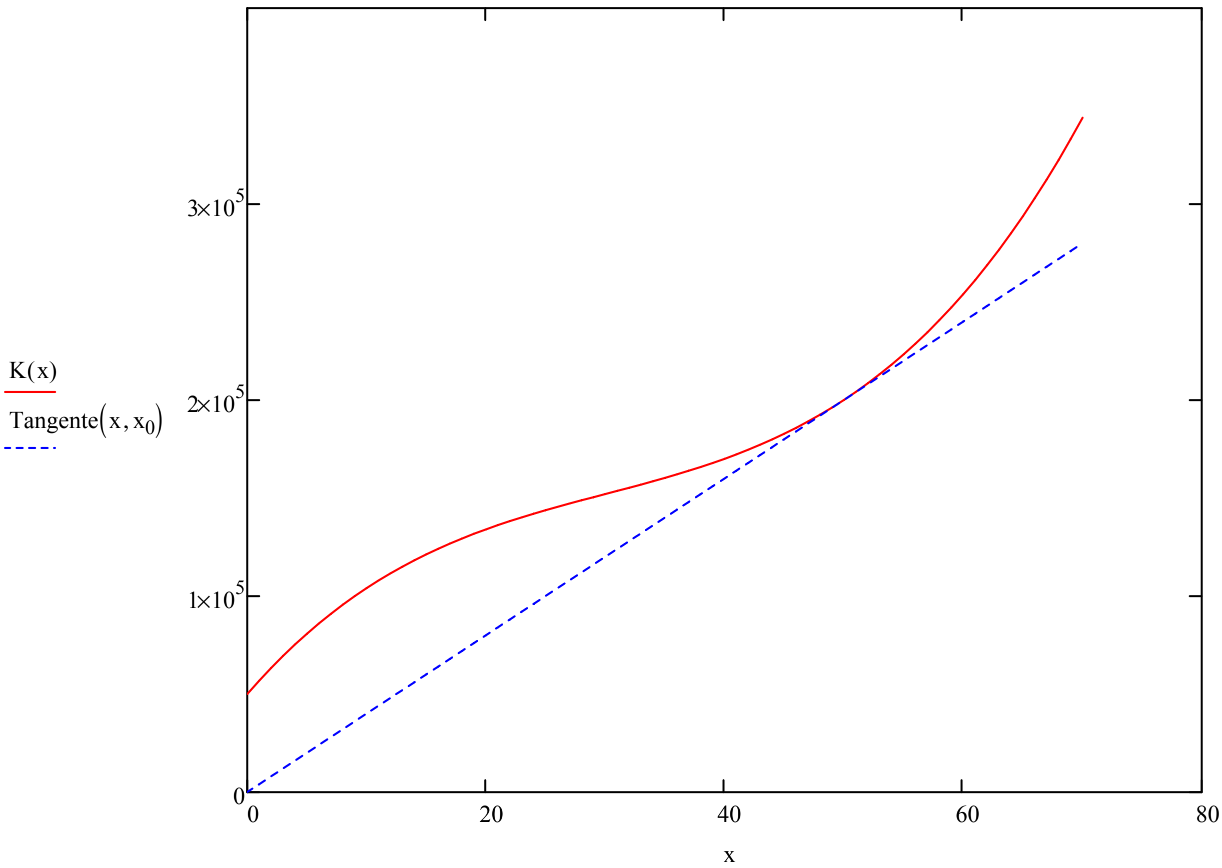
Aufgaben zu 2.3.2 und 2.3.3
- Lösung -



$x_0 := x_{kvmin}$



$x_0 := x_{kmin}$



5. Es gelte:

$K_f := 2000$

$K_v(x) := 0.2x^2$

$K(x) := K_f + K_v(x)$

Wie hoch sind die variablen Stückkosten für $x_0 := 80$?

$k_v(x) := \frac{K_v(x)}{x}$

$x_0 = 80$

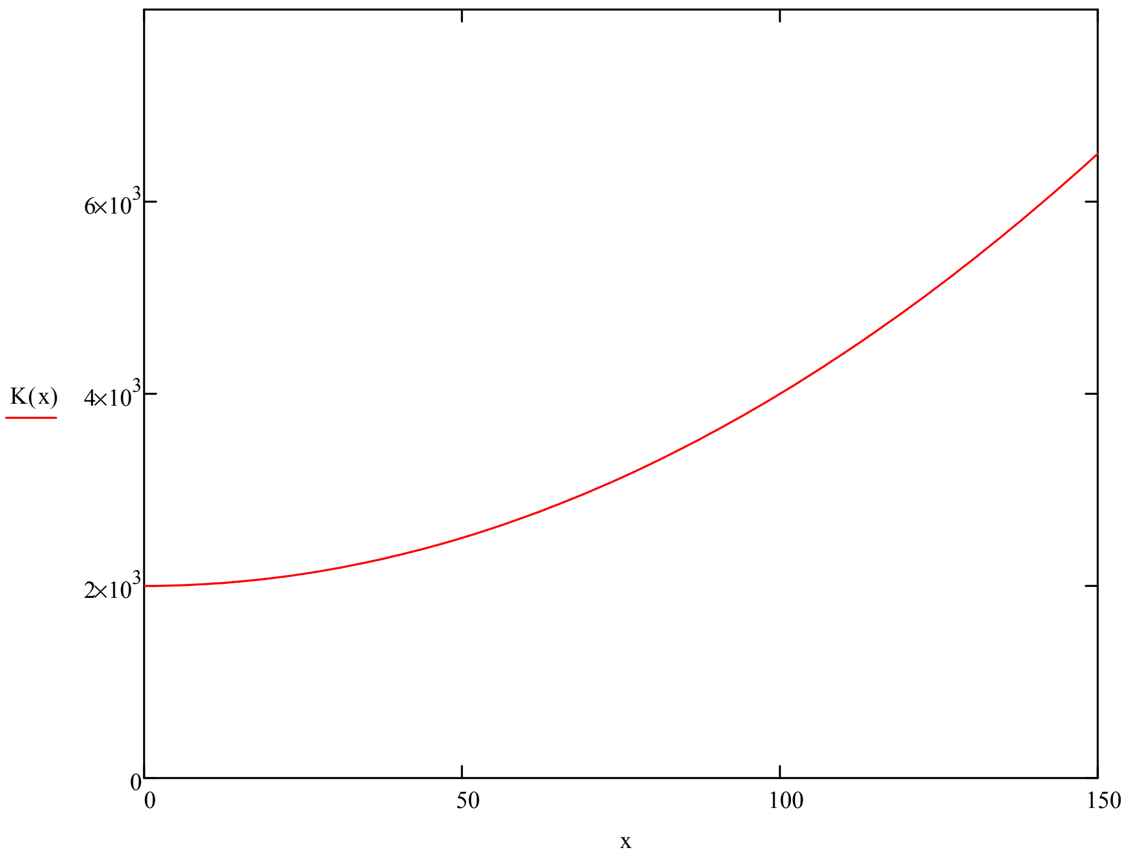
$x := x_0$

$k_v(x) = 16$

Aufgaben zu 2.3.2 und 2.3.3
- Lösung -

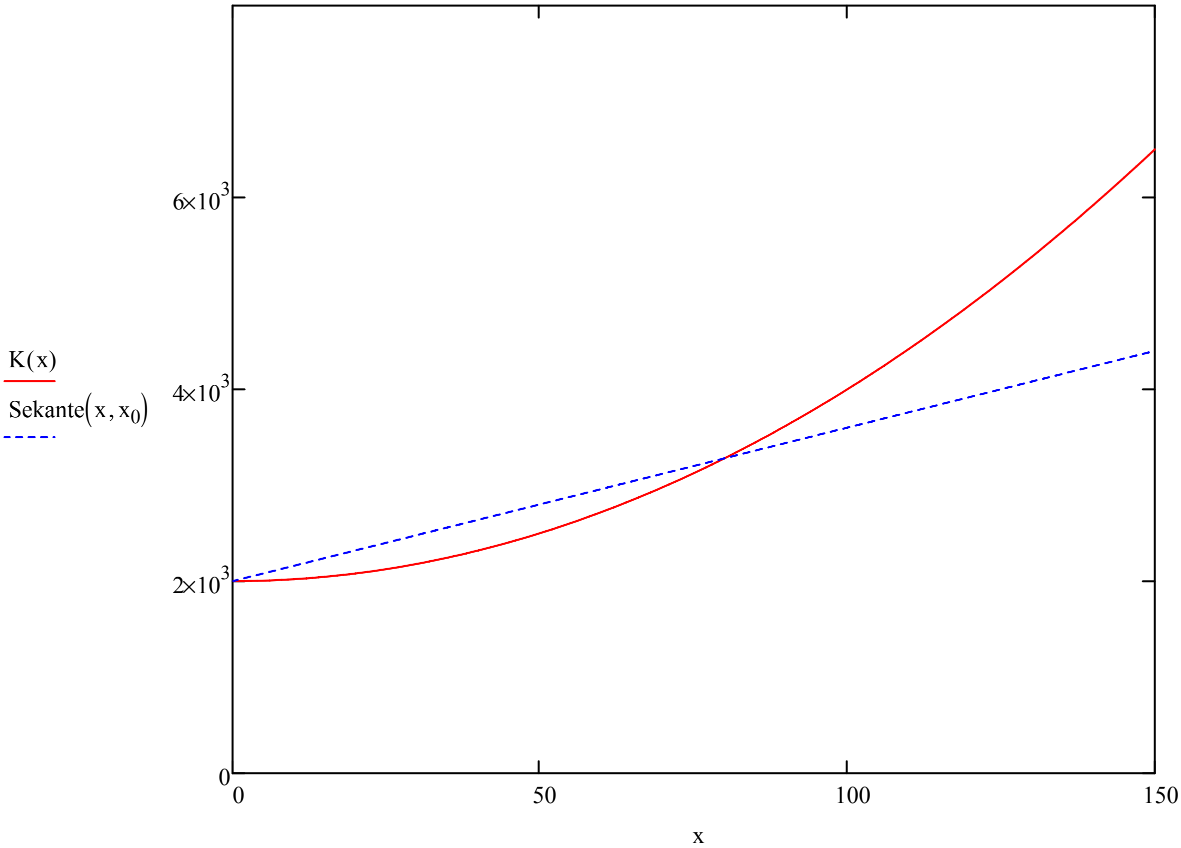
Wenn die variablen Stückkosten für $x_0 = 80$ mit den Kostenveränderungen für eine Einheit gleichgesetzt werden und diese fälschlicherweise als konstant betrachtet werden, wie würde die Kostenfunktion dann aussehen? Zeichnen Sie diese Kostenfunktion in die nachstehende Graphik ein.

$x := 0 .. 150$



Aufgaben zu 2.3.2 und 2.3.3
- Lösung -

$$\mathrm{Sekante}(x, x_0) := K_f + \frac{K_v(x_0)}{x_0} \cdot x$$



Aufgaben zu 2.3.2 und 2.3.3
- Lösung -

6. Es gelte:

$K_f := 2000$

$K_v(x) := 0.2x^2$

$K(x) := K_f + K_v(x)$

Wie hoch sind die Grenzkosten (verstanden als 1. Ableitung der Kostenfunktion) für $x_0 = 80$?

$x := x$

$\frac{d}{dx}K(x) \rightarrow 0.4 \cdot x$

$K'(x) := \frac{d}{dx}K(x)$

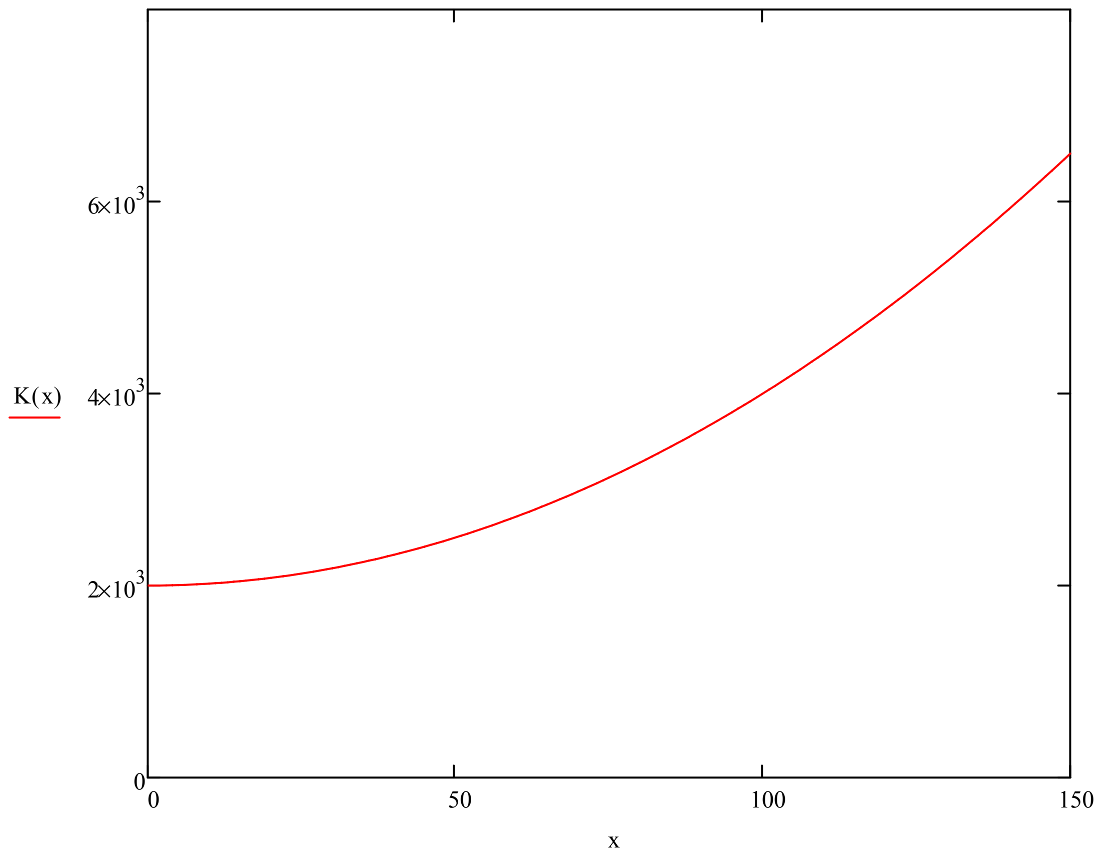
$x := x_0$

$K'(x_0) = 32$

Wenn die Grenzkosten für $x_0 = 80$ mit den Kostenveränderungen für eine Einheit gleichgesetzt werden und diese fälschlicherweise als konstant betrachtet werden, wie würde die Kostenfunktion dann aussehen? Zeichnen Sie diese Kostenfunktion in die nachstehende Graphik ein.

$x := 0 .. 150$

Aufgaben zu 2.3.2 und 2.3.3
- Lösung -



$$\text{Tangente}(x, x_0) := K(x_0) - K'(x_0) \cdot x_0 + K'(x_0) \cdot x$$

Aufgaben zu 2.3.2 und 2.3.3
- Lösung -