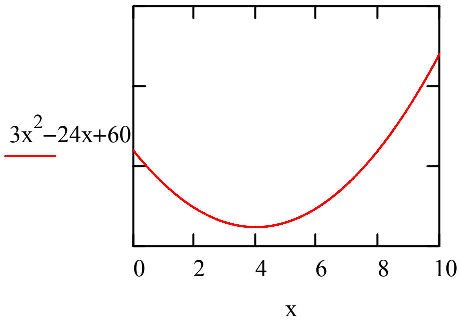
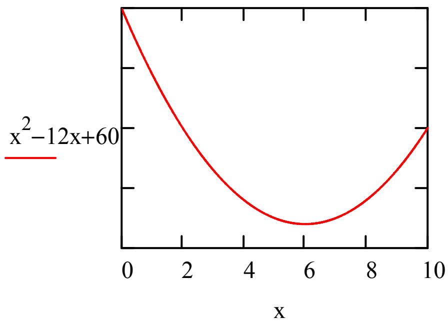
Aufgaben zu Extremwerten
- Lösung -

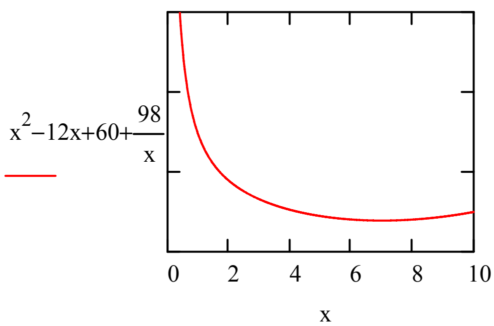
Gegeben seien folgende Funktionen für die Stückkosten eines Unternehmens in Abhängigkeit von der Produktmenge x. Bei welcher Menge wird jeweils das Minimum der Stückkosten erreicht?



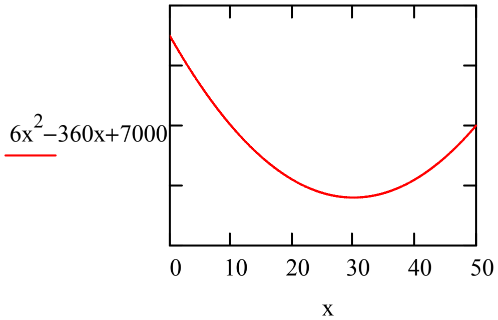
$$\frac{d}{dx}\left(3x^2 - 24x + 60\right) \rightarrow 6 \cdot x - 24 \text{ auflösen } \rightarrow 4$$



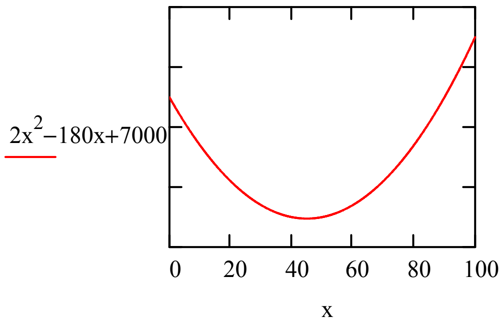
$$\frac{d}{dx}\left(x^2 - 12x + 60\right) \rightarrow 2 \cdot x - 12 \text{ auflösen } \rightarrow 6$$



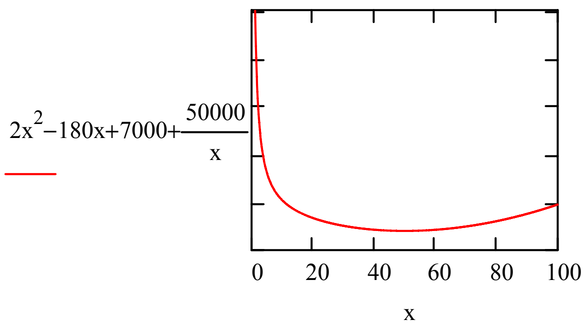
$$\frac{d}{dx}\left(x^2 - 12x + 60 + \frac{98}{x}\right) \rightarrow 2 \cdot x - \frac{98}{x^2} - 12 \left| \begin{array}{l} \text{auflösen} \\ \text{annehmen}, x = \text{reell} \end{array} \right. \rightarrow 7$$



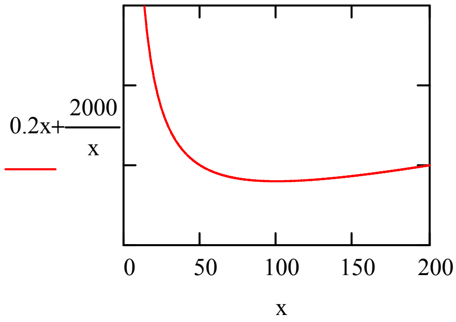
$$\frac{d}{dx}\left(6x^2 - 360x + 7000\right) \rightarrow 12\cdot x - 360 \text{ auflösen } \rightarrow 30$$



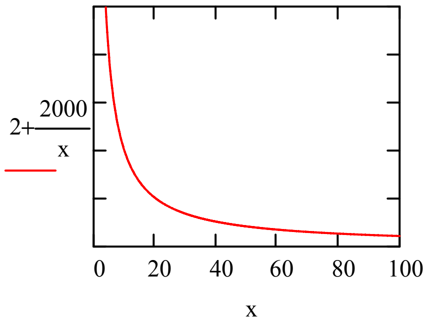
$$\frac{d}{dx}\left(2x^2 - 180x + 7000\right) \rightarrow 4\cdot x - 180 \text{ auflösen } \rightarrow 45$$



$$\frac{d}{dx}\left(2x^2 - 180x + 7000 + \frac{50000}{x}\right) \rightarrow 4\cdot x - \frac{50000}{x^2} - 180 \left|\begin{array}{l}\text{auflösen}\\ \text{annehmen}, x = \text{reell}\end{array}\right. \rightarrow 50$$



$$\frac{d}{dx}\left(0.2x + \frac{2000}{x}\right) \rightarrow 0.2 - \frac{2 \times 10^{3}}{x^{2}} \left|\begin{array}{l} \text{auflösen} \\ \text{annehmen}, x > 0 \end{array}\right. \rightarrow 100$$



$$\frac{d}{dx}\left(2 + \frac{2000}{x}\right) \rightarrow -\frac{2000}{x^{2}}$$

Diese Gleichung kann nicht mit 0 gleichgesetzt und nach x aufgelöst werden. Das heißt, die Funktion hat kein Minimum.

Man kann hier nur eine Grenzwertbetrachtung durchführen:

$$\lim_{x \to \infty^-}\left(-\frac{2000}{x^{2}}\right) \rightarrow 0$$

Bei einer linearen Kostenfunktion wird die Bedingung für das Stückkostenminimum erst erfüllt, wenn die Menge gegen unendlich geht.

$$\lim_{x \to \infty^-}\left(\frac{2000}{x}\right) \rightarrow 0$$

Wenn die Menge gegen unendlich geht, nähern sich die fixen Kosten pro Stück bei jeder Kostenfunktion dem Wert null an.

$$\lim_{x \to \infty^-}\left(2 + \frac{2000}{x}\right) \rightarrow 2$$

Wenn die Menge gegen unendlich geht, nähern sich die gesamten Stückkosten bei jeder Kostenfunktion den variablen Stückkosten an.