

Name, Vorname

Matrikelnummer

Erzielte Punkte von

90

Note

Hilfsmittel: Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig)
Formelsammlung

Hinweise: Die Klausur besteht aus insgesamt 4 Seiten (mit diesem Deckblatt). Bitte prüfen Sie, ob Ihre Klausur vollständig ist. Der Aufgabensatz darf nicht getrennt werden.

Bitte schreiben Sie nicht mit Bleistift. Ihre Klausur wird dann nicht bewertet.

Bei Aufgaben, die einen Rechengang erfordern, muss der Lösungsweg nachvollziehbar in der Lösung enthalten sein.

Bitte schreiben Sie leserlich. Wenn die Lösung einer Aufgabe an anderer Stelle fortgesetzt wird, verweisen Sie bitte darauf, wo die Fortsetzung zu finden ist.

Am Ende der Klausur sind die Aufgabentexte und alle ausgeteilten Blätter abzugeben (auch Konzeptpapiere und nicht beschriebene Blätter). Eigenes Papier darf nicht verwendet werden.

Jeder Täuschungsversuch führt zum Nichtbestehen der Klausur.

1. [12 Punkte]

Ein Unternehmen hat folgende Daten ermittelt:

| Monat | Geleistete Arbeitsstunden | Lohnkosten pro Arbeitsstunde |
|-----------|---------------------------|------------------------------|
| Januar | 862.400 | 20,06 |
| Februar | 752.000 | 23,01 |
| März | 756.000 | 24,47 |
| April | 768.000 | 22,53 |
| Mai | 638.400 | 27,10 |
| Juni | 640.000 | 28,91 |
| Juli | 644.000 | 36,00 |
| August | 528.000 | 32,77 |
| September | 588.000 | 31,80 |
| Oktober | 792.000 | 21,84 |
| November | 784.000 | 22,07 |
| Dezember | 676.800 | 36,33 |

Wie hoch sind die Lohnkosten pro Arbeitsstunde im Jahresdurchschnitt?

2. [3 Punkte]

Es gebe n Ausprägungen des Merkmals x . Die Merkmalsausprägungen werden mit $i = 1 \dots n$ indiziert. Wie hoch ist das arithmetische Mittel der Merkmalsausprägungen?

3. [4 Punkte]

Es gebe m unterschiedliche Ausprägungen des Merkmals x , die mit der Häufigkeit h vorkommen. Die unterschiedlichen Merkmalsausprägungen und die Häufigkeiten werden mit $j = 1 \dots m$ indiziert. Wie hoch ist das arithmetische Mittel der Merkmalsausprägungen?

4. [6 Punkte]

Beweisen Sie: Die Summe der Abweichungen vom arithmetischen Mittel ist gleich null.

5. [3 Punkte]

In einem bestimmten Zeitraum war der Durchschnittskurs von Aktie A 35,00 mit einer Standardabweichung von 5,00. Bei Aktie B war der Durchschnittskurs im gleichen Zeitraum 9,50 mit einer Standardabweichung von 2,60. Wie lässt sich anhand dieser Daten die Volatilität der Aktien messen, und welche war volatil? [Quelle: M. Piazzolo, Statistik für Wirtschaftswissenschaftler - Daten sinnvoll aufbereiten, analysieren und interpretieren, Karlsruhe 2007, S. 95]

6. [2 Punkte]

Warum wird der Median auch als 50%-Quantil bezeichnet?

7. [15 Punkte]

In einer Firma werden folgende Monatseinkommen erzielt:

| | |
|---------------|----------|
| Mitarbeiter 1 | 1.500,00 |
| Mitarbeiter 2 | 1.800,00 |
| Mitarbeiter 3 | 2.200,00 |
| Mitarbeiter 4 | 2.500,00 |
| Chef | 8.000,00 |

Bereiten Sie die Daten so auf, dass daraus eine Lorenzkurve gezeichnet werden kann und zeichnen Sie diese.

8. [5 Punkte]

Gegeben seien n Wertepaare der Merkmalsausprägungen x_i und y_i , wobei $i = 1 \dots n$. Für jedes i gelte $x_i - \bar{x} = y_i - \bar{y}$.

Beweisen Sie, dass unter dieser Voraussetzung für den Korrelationskoeffizienten r gilt:

$$r = \frac{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \cdot \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} = 1$$

9. [20 Punkte]

Zwischen der Produktionsmenge x und den Kosten K eines Unternehmens wird folgender Zusammenhang festgestellt:

| | | | | | |
|-----|-------|--------|--------|--------|--------|
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| K | 98,00 | 147,00 | 178,00 | 197,00 | 210,00 |

- Wie stark ist die Korrelation zwischen den Kosten und der Produktionsmenge?
- Welche Regressionsgerade ergibt sich?
- Wie hoch sind die Kosten für die Mengen 6 und 7 aufgrund der Regressionsgeraden?

Sie können mit den Definitionen aus Aufgabe 8 folgende Formeln verwenden:

$$\text{Kovarianz von x und y: } s_{xy} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})$$

$$\text{Standardabweichung von x: } s_x = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

$$\text{Standardabweichung von y: } s_y = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$$

$$\text{Korrelationskoeffizient: } r = \frac{s_{xy}}{s_x \cdot s_y}$$

$$\text{Steigung der Regressionsgeraden: } b = \frac{s_{xy}}{s_x^2}$$

$$\text{Achsenabschnitt der Regressionsgeraden: } a = \bar{y} - b \cdot \bar{x}$$

$$\text{Regressionsgerade: } y = a + b \cdot x$$

10. [2 Punkte]

Tatsächlich folgen die Kosten aus Aufgabe 9 der Funktion $K(x) = x^3 - 12x^2 + 60x + 98$.

Wenn diese Funktion als Regressionsfunktion vorgegeben wird, wie hoch ist dann der Korrelationskoeffizient zwischen den Kosten gemäß Aufgabe 9 und den Werten gemäß der Regressionsfunktion?

11. [4 Punkte]

Die folgende Tabelle zeigt den durchschnittlichen Bruttomonatsverdienst der Arbeitnehmer im Kredit- und Versicherungsgewerbe in den Jahren 2001 bis 2010:

[Quelle: Institut der deutschen Wirtschaft Köln (Hrsg.), Deutschland in Zahlen - Ausgabe 2011 -, Köln 2011, S. 56]

| Jahr | Monatsgehalt |
|------|--------------|
| 2001 | 3.321 |
| 2002 | 3.427 |
| 2003 | 3.525 |
| 2004 | 3.619 |
| 2005 | 3.692 |
| 2006 | 3.761 |
| 2007 | 3.865 |
| 2008 | 4.012 |
| 2009 | 4.097 |
| 2010 | 4.258 |

Wie hoch ist die durchschnittliche jährliche Wachstumsrate der Bruttomonatsverdienste zwischen 2001 und 2010? [Angabe in % mit zwei Stellen nach dem Komma]

12. [2 Punkte]

Der Verbraucherpreisindex ist von 94,5 im Jahre 2001 auf 108,2 im Jahre 2010 gestiegen. Wie hoch war die durchschnittliche jährliche Preissteigerungsrate? [Angabe in % mit zwei Stellen nach dem Komma]

13. [4 Punkte]

Wie hoch ist die reale Wachstumsrate der Gehälter aus Aufgabe 11 zwischen 2001 und 2010, wenn man die Preisentwicklung aus Aufgabe 12 zugrunde legt? [Angabe in % mit zwei Stellen nach dem Komma]

14. [4 Punkte]

Die Wahrscheinlichkeit, dass bei einem Versicherungsnehmer in einem Geschäftsjahr der Schadenfall eintritt, sei w_s . Ein Kumulrisiko wird nicht in Betracht gezogen, d.h. die Wahrscheinlichkeit für den Schadeneintritt bei einem Versicherungsnehmer wird als unabhängig vom Schadeneintritt bei einem anderen Versicherungsnehmer angesehen. Wie wahrscheinlich ist es, dass in einem Geschäftsjahr der Schadenfall bei i Versicherungsnehmern derselben Risikogruppe eintritt?

15. [4 Punkte]

Die Wahrscheinlichkeit, dass bei einem Versicherungsnehmer in einem Geschäftsjahr der Schadenfall nicht eintritt, sei $1 - w_s$. Ein Kumulrisiko wird nicht in Betracht gezogen, d.h. die Wahrscheinlichkeit für den Schadeneintritt bei einem Versicherungsnehmer wird als unabhängig vom Schadeneintritt bei einem anderen Versicherungsnehmer angesehen. Wie wahrscheinlich ist es, dass der Schadenfall bei $n - i$ Versicherungsnehmern derselben Risikogruppe in einem Geschäftsjahr nicht eintritt?