Value at Risk als Risikomaß in der Schadenversicherung

$\mu := 100$ Erwartungswert des Schadens

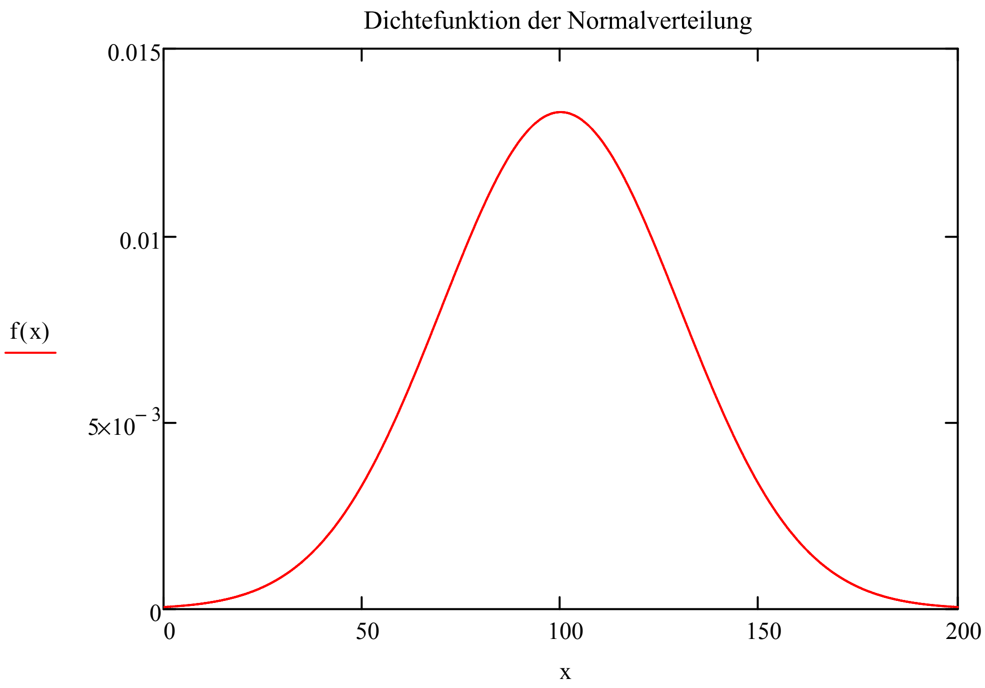
$\sigma := 30$ Standardabweichung des Schadens

$x_m := 200$ Maximal möglicher Schaden

$x := 0, 0.1 .. x_m$ Möglicher Schaden

Die diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilung des Schadens wird durch die stetige Normalverteilung angenähert:

$$f(x) := \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-0.5 \cdot \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$ Wahrscheinlichkeitsverteilung des Schadens



$w := 0.05$ Vorgegebene Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Schaden größer ist als der Value at Risk

$1 - w = 0.95$ Vorgegebene Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Schaden kleiner ist als der Value at Risk [Konfidenzniveau, Sicherheitsniveau]

$x := 50$ Schätzwert für x zum Start des Lösungsalgorithmus

Vorgabe

$$\int_x^{\infty} f(x)\,dx = w$$ Vorgegebene Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Schaden größer ist als der Value at Risk

Value at Risk als Risikomaß in der Schadenversicherung

$\text{VaR} := \text{Suchen}(x)$ Gesucht ist der Wert von x, der mit der vorgegebenen Wahrscheinlichkeit w überschritten wird:

$\text{VaR} = 149.35$ Value at Risk

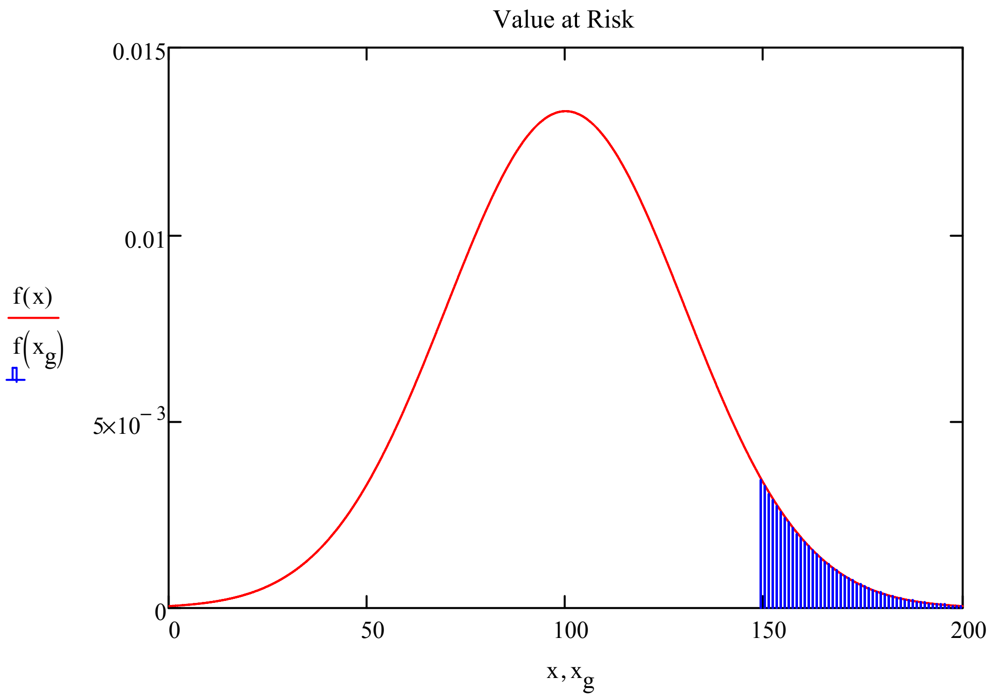
Das heißt:

Mit einer Wahrscheinlichkeit von $w = 0.05$ wird der Schaden über $\text{VaR} = 149.35$ liegen. Anders ausgedrückt: Mit einer Wahrscheinlichkeit von $1 - w = 0.95$ wird der Schaden unter $\text{VaR} = 149.35$ liegen.

Grafisch ergibt sich folgende Darstellung:

$x := 0, 0.1 .. x_m$ Darzustellender Wertebereich

$x_g := \text{VaR} .. x_m$ Wertebereich, in dem x größer als VaR ist



Die Wahrscheinlichkeitsverteilung für den Schadeneintritt wird durch den Value at Risk in zwei Bereiche geteilt. Rechts vom Value at Risk liegt die Wahrscheinlichkeit, dass der Schaden größer ist als der Value at Risk, nämlich

$$\int_{\text{VaR}}^{\infty} f(x)\,dx = 5\,\%$$

Links vom Value at Risk liegt die Wahrscheinlichkeit, dass der Schaden kleiner ist:

$$\int_{-\infty}^{\text{VaR}} f(x)\,dx = 95\,\%$$